

## MODELOVANJE SIMULTANE ULTRAFILTRACIJE I DIJAFILTRACIJE SA REALNIM FLUKSOM

*U ovom radu se analizira matematički model dijafiltracije sa promenljivom zapreminom. Ispitane su karakteristike procesa pri konstantnom i pri promenljivom fluksu, gde su jednačine za fluks uzete iz literature i baziraju se na različitim teorijama. Ispitivana je zavisnost vremena i stepena ugušćivanja makročestica, količine tečnosti za ispiranje i stepena ispiranja mikročestica. Rezultati pokazuju, da pri ugušćivanju makročestica, veći stepen ugušćenja se postiže utroškom više vremena i većih količina tečnosti za ispiranje. Niskom stepenu ispiranja, odnosno uklanjanju manjih količina mikročestica pogoduje korišćenje velikih količina tečnosti za ispiranje i obrnuto. Primećeno je da smanjenje koeficijenta odbacivanja, odnosno prolazak makročestica kroz membranu, usporava proces.*

Dijafiltracija je separaciona tehnika koja, uz pomoć polupropustljive membrane, u potpunosti uklanja, zamenjuje ili smanjuje koncentraciju soli ili rastvoraka u rastvorima koji sadrže proteine, peptide, nukleinske kiseline i druge biomolekule. Klasičan proces dijafiltracije se odvija uz konstantnu zapreminu u sistemu, odnosno zapremina dodate količine tečnosti za ispiranje je jednaka zapremini permeata koji se odvodi. Nedostaci ovog procesa su velika potrošnja tečnosti za ispiranje (najčešće vode) i opadajući fluks kao kod svih membranskih procesa. U cilju uštede tečnosti za ispiranje, ispitivani su različiti koncepti organizacije procesa. Dvostepeni proces [1] uz korišćenje permeata dobijenog u drugom koraku za ispiranje na početku prvog stupnja, uz dodatak sveže vode, omogućava znatne uštede. Međutim, proces sa promenljivom zapreminom [2] (zapremina dodate tečnosti za ispiranje je manja od zapremine permeata – zapremina iznad membrane se sukcesivno smanjuje), omogućava veću uštedu [3].

U ovom radu prikazan je matematički model dijafiltracije sa promenljivom zapreminom, sa realnom membranom (u model je uveden koeficijent odbacivanja makro- i mikročestica) i opadajućim fluksom – jednačine za fluks uzete su iz literature i baziraju se na različitim teorijama. Ispitivana je zavisnost vremena i stepena ugušćenja makročestica, količine tečnosti za ispiranje i stepena ispiranja mikročestica kao i zavisnost stepena ispiranja mikročestica i odnosa zapremine dodate tečnosti za ispiranje i početne zapremine rastvora. Rezultati modela sa opadajućim fluksom upoređivani su sa modelom sa konstantnim fluksom. Prema očekivanjima, modeli sa opadajućim fluksom predviđaju veće količine

tečnosti za ispiranje i duže trajanje procesa u odnosu na model sa konstantnim fluksom.

### MATEMATIČKI MODEL DIJAFILTRACIJE SA PROMENLJIVOM ZAPREMINOM

Osnovne jednačine modela su jednačina kontinuiteta:

$$\frac{dV}{d\tau} = (\alpha - 1) \cdot Q_p \quad (1)$$

i maseni bilans makročestica pri koeficijentu odbacivanja makročestica,  $R \neq 1$ :

$$\frac{d(VC)}{d\tau} = -J \cdot A \cdot C_p \quad (2)$$

Rešavanjem jednačine (2), dobija se:

$$C \cdot \frac{dV}{d\tau} + V \frac{dC}{d\tau} = -J \cdot A \cdot C_p \quad (3)$$

Zavisnost koncentracije u permeatu i trenutne koncentracije makročestica iznad membrane je data jednačinom:

$$C_p = (1 - R) \cdot C \quad (4)$$

Uvrštavanjem jednačina (1) i (4) u jednačinu (3) dobija se:

$$C \cdot Q_p \cdot (\alpha - 1) + V \frac{dC}{d\tau} = -J \cdot A \cdot (1 - R) \cdot C \quad (5)$$

S obzirom da je fluks permeata dat jednačinom:

$$Q_p = J \cdot A \quad (6)$$

nakon zamene u jednačinu (5) i skraćivanja dobija se:

$$V \frac{dC}{d\tau} = J \cdot A \cdot C \cdot (R - \alpha) \quad (7)$$

Zavisnost između zapremine u rezervoaru i trenutne koncentracije makročestica je:

Adresa autora: Z. Zavargo, Tehnološki fakultet, Univerzitet u Novom Sadu, Bulevar cara Lazara 1, 21000 Novi Sad  
E-mail: zzavargo@uns.ns.ac.yu  
Rad primljen: Februar 22, 2005  
Rad prihvaćen: April, 2005

$$V = V_0 \cdot \left( \frac{C_0}{C} \right)^{1/R} = V_0 \cdot C_0^{1/R} \cdot C^{-1/R} \quad (8)$$

Izražavanjem vremena u obliku diferencijalne jednačine iz izraza (7) i uvrštavanjem jednačine (8) dobija se:

$$d\tau = \frac{V_0 \cdot C_0^{1/R}}{A \cdot (R - \alpha)} \cdot \frac{dC}{J \cdot C^{(1+R)/R}} \quad (9)$$

Vreme potrebno za dostizanje finalne koncentracije može se odrediti primenom izraza:

$$\tau = \frac{V_0 \cdot C_0^{1/R}}{A \cdot (R - \alpha)} \cdot \int_{C_0}^{C_f} \frac{dC}{J \cdot C^{(1+R)/R}} \quad (10)$$

Materijalni bilans za mikročestice glasi:

$$c \cdot \frac{dV}{d\tau} + V \cdot \frac{dc}{d\tau} = -J \cdot A \cdot c \quad (11)$$

odnosno, nakon uvrštavanja jednačine kontinuiteta postaje:

$$c \cdot (\alpha - 1) \cdot J \cdot A + V \cdot \frac{dc}{d\tau} = -J \cdot A \cdot c \quad (12)$$

Središnjem izraza (12) dobija se:

$$V \cdot \frac{dc}{d\tau} = -c \cdot \alpha \cdot J \cdot A \quad (13)$$

Deljenjem jednačina (8) i (13) nastaje:

$$\frac{dC}{dc} = - \frac{C \cdot (R - \alpha)}{c \cdot \alpha} \quad (14)$$

Razdvajanjem promenljivih i rešavanjem diferencijalne jednačine dobija se veza između koncentracije makro- i mikročestica u obliku:

$$C = C_0 \cdot C_0^{(R/\alpha)-1} \cdot c^{1-(R/\alpha)} \quad (15)$$

Izraz za odnos smanjenja zapremine,  $\alpha$  dobija se iz jednačine (14) za finalne koncentracije:

$$\alpha = \frac{1}{R} \left[ 1 + \frac{\ln \left( \frac{C_f}{C_0} \right)}{\ln \left( \frac{C_0}{C_f} \right)} \right]^{-1} \quad (16)$$

Potrebna zapremina tečnosti za ispiranje, pri dijafiltraciji sa promenljivom zapreminom, data je izrazom:

$$V_{var} = \alpha \cdot J \cdot A \cdot \tau \quad (17)$$

odnosno, odnos zapremina,  $\beta$ :

$$\beta = \frac{V_{var}}{V_0} \quad (18)$$

#### Matematički model dijafiltracije sa promenljivom zapreminom i konstantnim fluksom

Vreme potrebno za dostizanje željene koncentracije makročestica dato je jednačinom:

$$\tau = \frac{V_0 \cdot C_0^{1/R}}{A \cdot (R - \alpha) \cdot J} \cdot \int_{C_0}^{C_f} \frac{dC}{C^{(1+R)/R}} \quad (19)$$

Fluks kao konstantna veličina, u ovom slučaju, nalazi se ispred integrala.

Rešavanjem integrala dobijamo analitički izraz za vreme:

$$\tau = \frac{V_0}{A \cdot J} \cdot \frac{R}{R - \alpha} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{C_0}{C_f} \right)^{1/R} \right] \quad (20)$$

U slučaju konstantnog fluksa odnos zapremina dat je izrazom:

$$\beta_{const} = \frac{\alpha \cdot J \cdot A \cdot \tau}{V_0} = \frac{\alpha \cdot R}{R - \alpha} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{C_0}{C_f} \right)^{1/R} \right] \quad (21)$$

Vrednost konstantnog fluksa,  $J$ , odgovara vrednosti promenljivog fluksa, uzetog iz literature [2], na početku procesa (kad ima najveću vrednost), za  $R = 1$  uz  $A = 1 \text{ m}^2$ ,  $V_0 = 0.2 \text{ m}^3$ ,  $\alpha = 0.3$ ,  $C_0 = 1 \text{ kg/m}^3$ ,  $C_f = 10 \text{ kg/m}^3$  i  $c_0 = 13 \text{ kg/m}^3$ , iznosi  $0.455 \text{ m}^3/\text{m}^2\text{h}$ .

#### Matematički model dijafiltracije sa promenljivom zapreminom i promenljivim fluksom – model 1

Jednačina fluksa uzeta je iz literature [4]:

$$J = k \cdot J_{const} \cdot V^{-b} \quad (22)$$

Izraz za vreme potrebno za dostizanje željene, finalne koncentracije, u slučaju fluksa definisanog izrazom (22), glasi:

$$\tau = \frac{V_0 \cdot C_0^{1/R}}{A \cdot (R - \alpha)} \cdot \int_{C_0}^{C_f} \frac{dC}{k \cdot J_{const} \cdot V^{-b} \cdot C^{(1+R)/R}} \quad (23)$$

Uvrštavanjem zavisnosti između zapremine i koncentracije, jednačina (8), u izraz (23) dobijamo:

$$\tau = \frac{V_0^{1+b} \cdot C_0^{(1+b)/R}}{A \cdot (R - \alpha) \cdot k \cdot J_{const}} \cdot \int_{C_0}^{C_f} C^{-(b+R+1)/R} dC \quad (24)$$

Rešavanjem integrala u jednačini (24) nastaje:

$$\tau = \frac{V_0^{1+b} \cdot R}{A \cdot (R - \alpha) \cdot (b + 1) \cdot k \cdot J_{const}} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{C_0}{C_f} \right)^{(b+1)/R} \right] \quad (25)$$

Odnos zapremina u ovom slučaju i glasi:

$$\beta = \frac{\alpha \cdot J \cdot A \cdot \tau}{V_0} = \frac{\alpha \cdot \left( \int_{C_0}^{C_f} k \cdot J_{const} \cdot V_0^{-b} \cdot C_0^{-b/R} \cdot C^{b/R} dC \right) \cdot A \cdot \tau}{V_0} \quad (26)$$

#### Matematički model dijafiltracije sa promenljivom zapreminom i promenljivim fluksom – model 2

Jednačina fluksa uzeta je iz literature [2]:

$$J^{-1} = B_1 + B_2 \cdot C + B_3 \cdot c + B_4 \cdot C \cdot c + B_5 \cdot C^2 + B_6 \cdot c^2 \quad (27)$$

Uvrštavanjem zavisnosti između koncentracije makro- i mikročestica:

$$C = K \cdot c^{1-(1/\alpha)} \quad (28)$$

u jednačinu (27) dobija se izraz za fluks u zavisnosti od koncentracije makročestica:

$$J^{-1} = B_1 + B_2 \cdot C + \left(\frac{C}{K}\right)^{\alpha/(\alpha-1)} \cdot (B_3 + B_4 \cdot C) + B_5 \cdot C^2 + B_6 \cdot \left(\frac{C}{K}\right)^{2\alpha/(\alpha-1)} \quad (29)$$

gde je K definisano početnim uslovom:

$$K = C_0 \cdot c_0^{1/(\alpha-1)} \quad (30)$$

Izraz za vreme potrebno za dostizanje željene, finalne koncentracije glasi:

$$\tau = \frac{V_0 \cdot C_0^{1/R}}{A \cdot (R - \alpha)} \cdot \int_{C_0}^{C_f} J^{-1} \cdot C^{-(1+R)/R} dC \quad (31)$$

Nakon rešavanja integrala dobija se:

$$\tau = \frac{V_0}{A \cdot (R - \alpha)} \cdot (Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5) \quad (32)$$

gde je:

$$Z_1 = B_1 \cdot R \cdot \left[ 1 - \left(\frac{C_0}{C_f}\right)^{1/R} \right] + \frac{B_2 \cdot R}{R-1} \cdot \left( \frac{C_0^{1/R}}{C_f^{(1-R)/R}} - C_0 \right)$$

$$Z_2 = \frac{B_3 \cdot R \cdot (\alpha-1)}{K^{\alpha/(\alpha-1)} \cdot (1+R\alpha-\alpha)} \cdot \left( \frac{C_0^{1/R}}{C_f^{(1+R\alpha-\alpha)/R(1-\alpha)}} - C_0^{(R\alpha)/(R(1-\alpha))} \right)$$

$$Z_3 = \frac{B_4 \cdot R \cdot (\alpha-1)}{K^{\alpha/(\alpha-1)} \cdot (1+2R\alpha-\alpha-R)} \cdot \left( \frac{C_0^{1/R}}{C_f^{(1+2R\alpha-\alpha-R)/R(1-\alpha)}} - C_0^{(2R\alpha-R)/(R(\alpha-1))} \right)$$

$$Z_4 = \frac{B_5 R}{R-1} \cdot \left( \frac{C_0^{1/R}}{C_f^{(1-2R)/R}} - C_0^2 \right)$$

$$Z_5 = \frac{B_6 \cdot R \cdot (\alpha-1)}{K^{2\alpha/(\alpha-1)} \cdot (1+2R\alpha-\alpha)} \cdot \left( \frac{C_0^{1/R}}{C_f^{(1+2R\alpha-\alpha)/R(1-\alpha)}} - C_0^{(2R\alpha)/(R(\alpha-1))} \right)$$

Odnos zapremina u ovom slučaju ima oblik:

$$\beta = \frac{\alpha \cdot A \cdot \tau}{V_0} \int_{C_0}^{C_f} J^{-1} dC \quad (33)$$

### Matematički model dijafiltracije sa promenljivom zapreminom i promenljivim fluksom – model 3

Jednačina fluksa uzeta je iz literature [5]:

$$J_{lim} = \alpha \cdot \ln \left[ \frac{C_{lim} - C \cdot (1-R)}{C \cdot R} \right] \quad (34)$$

Izraz za vreme potrebno za dostizanje željene, finalne koncentracije glasi:

$$\tau = \frac{V_0 \cdot C_0^{1/R}}{A \cdot (R - \alpha) \cdot a} \cdot \int_0^{C_f} \frac{dC}{\ln \left[ \frac{C_{lim} - C \cdot (1-R)}{C \cdot R} \right]} \cdot C^{(1+R)/R} \quad (35)$$

Jednačina (35) je rešavana numerički uz pomoć Mathcad 2001 Professional.

Odnos zapremina u ovom slučaju izražava se u obliku:

$$\beta = \frac{\alpha \cdot J \cdot A \cdot \tau}{V_0} = \frac{\alpha \cdot a \cdot \left( \int_{C_0}^{C_f} \ln \left[ \frac{C_{lim} - C \cdot (1-R)}{C \cdot R} \right] dC \right) \cdot A \cdot \tau}{V_0} \quad (36)$$

### REZULTATI I DISKUSIJA

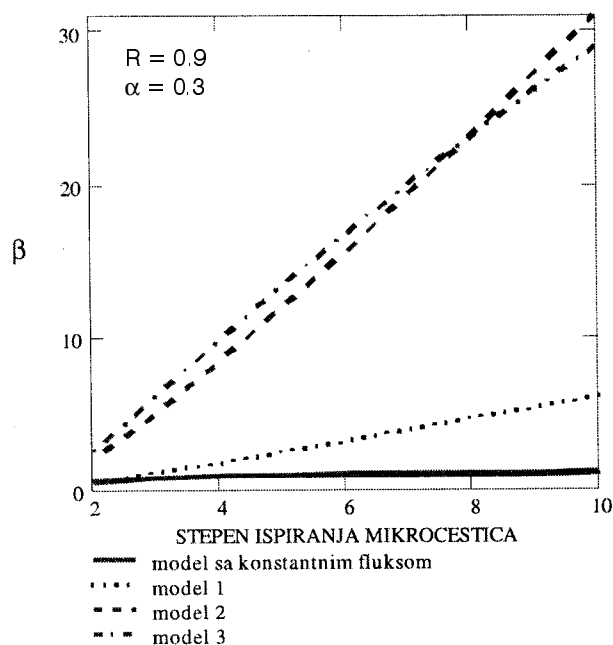
Upoređivanjem rezultata možemo videti odstupanje modela sa promenljivim fluksom od modela sa konstantnim fluksom, pri čemu je namerno načinjena greška zanemarivanjem opadanja fluksa tokom procesa, kako bi se video uticaj ove pojave, kao i razlike odnosno poklapanja modela pri određenim uslovima.

Na slici 1 prikazana je zavisnost vremena i stepena ugušćenja makročestica pri  $R = 0.9$ , uz konstantan odnos smanjenja zapremine, od  $\alpha = 0.3$ . Pri niskim vrednostima stepena ugušćenja model 2 daje rezultate slične rezultatima modela sa konstantnim fluksom. Ostali modeli pokazuju veće odstupanje. Sa porastom stepena ugušćenja raste i odstupanje modela sa promenljivim

Tabela 1. Vrednosti parametara i konstanti modela

Table 1. Values of parameters and constants in the model

Parametar	Jedinica	Vrednost
$V_0$	$m^3$	0,2
$A$	$m^2$	1
$J_{const}$	$m^3/m^2h$	0,455
$k$	$(m^3)^b$	0,55
$b$	–	0,2
$a$	$m/s$	$8 \cdot 10^{-2}$
$B_1$	–	1,7
$B_2$	–	$1.999 \cdot 10^{-1}$
$B_3$	–	$2.104 \cdot 10^{-2}$
$B_4$	–	$5.363 \cdot 10^{-4}$
$B_5$	–	$-4.282 \cdot 10^{-4}$
$B_6$	–	$9.401 \cdot 10^{-5}$
$C_0$	$g/l$	1
$C_f$	$g/l$	10
$C_{lim}$	$g/l$	210
$c_0$	$g/l$	13
$c_f$	$g/l$	0,1
$R$	–	0,6–1
$\alpha$	–	0,1–1

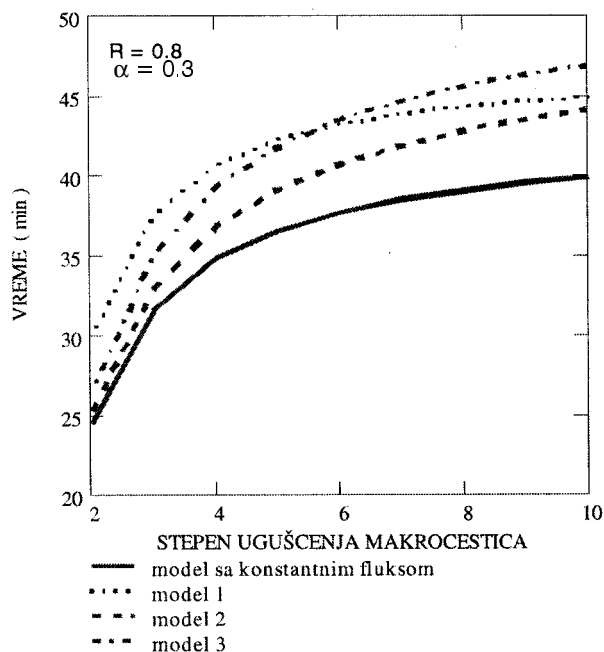


Slika 1. Stepen ugušćenja pri  $R = 0,9$   
Figure 1. Degree of concentration at  $R = 0.9$

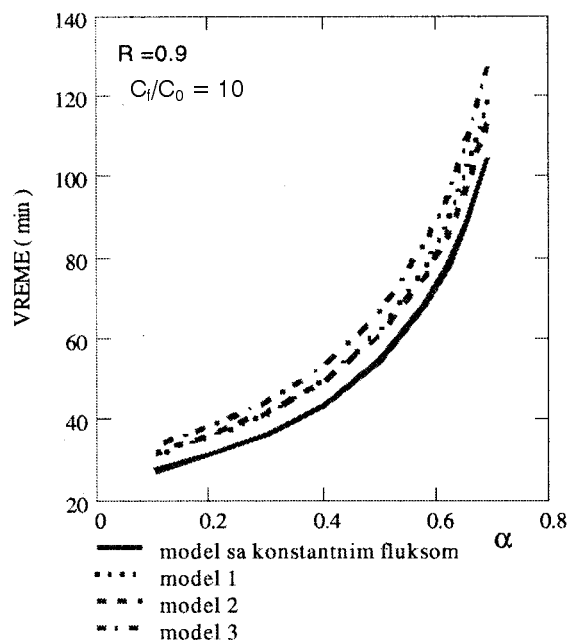
fluksom od modela sa konstantnim fluksom, što je rezultat smanjenja fluxa koji produžava trajanje procesa u slučaju modela sa promenljivim fluksom. Interesantno je primetiti poklapanje modela 2 i modela 1 pri stepenu ugušćenja većem od 9.

Na slici 2 prikazana je ista zavisnost, ali za nižu vrednost koeficijenta odbacivanja makročestica,  $R=0.8$ .

Raspored krivih je identičan, međutim potrebno je više vremena za dostizanje iste finalne koncentracije, s



Slika 2. Stepen ugušćenja pri  $R = 0,8$   
Figure 2. Degree of concentration at  $R = 0.8$

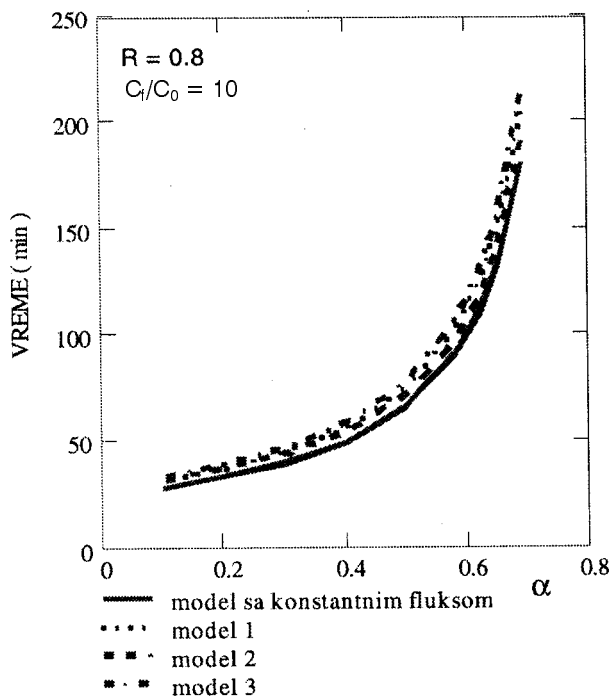


Slika 3. Potrebna količina tečnosti za ispiranje pri  $R = 0,9$   
Figure 3. Diafiltration volume of solvent for purification at  $R = 0.9$

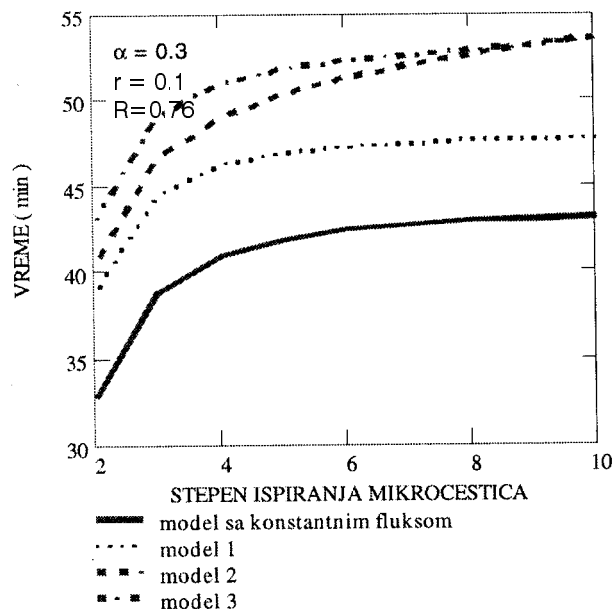
obzirom da kroz membranu prolazi veća količina makročestica (20%).

Na slici 3 prikazana je zavisnost vremena i količine tečnosti za ispiranje, pri  $R = 0,9$  i pri konstantnom stepenu ugušćenja od  $C_1/C_0 = 10$ . Rezultati pokazuju minimalno odstupanje. Na slici 4 prikazana je ista zavisnost, ali za  $R = 0,8$ . Razlike u rezultatima su još manje, uz porast vremena potrebnog za dostizanje iste željene koncentracije, zbog veće potrebe za tečnošću za ispiranje pri prolasku veće količine makročestica kroz membranu.

Na slici 5 prikazana je zavisnost vremena i stepena ispiranja mikročestica pri  $\alpha = 0,3$ , uz konstantan koeficijent odbacivanja  $r = 0,1$ , odnosno uz zaostajanje 10% mikročestica iznad membrane. Može se uočiti velika razlika između rezultata pojedinih modela, naročito u odnosu na model sa konstantnim fluksom. Primećuje se poklapanje rezultata modela 2 i modela 3, pri stepenu ispiranja većem od 8. Pri ispitivanju ove zavisnosti, usvojena je vrednost koeficijenta odbacivanja makročestica  $R = 0,76$ , iz razloga što za veće vrednosti koeficijenta modeli 2 i 3 usled numeričkih ograničenja, daju nepouzdanu procenu. Snižavanjem vrednosti koeficijenta odbacivanja makročestica na  $R = 0,6$ , uočeno je potpuno poklapanje modela sa opadajućim fluksom (slika 6). Sa porastom odnosa opadanja zapremine ( $\alpha = 0,5$ ), prikazanog na slici 7, razlika među rezultatima nije izražena. U ovom slučaju, postoji poklapanje između modela 1 i modela 3 do stepena ispiranja od  $c_0/c_1 = 5$ . Takođe, duže traje ispiranje mikročestica, zbog upotrebe veće količine tečnosti za ispiranje. Pri daljem povećanju vrednosti  $\alpha$ , kada je  $\alpha = 0,7$ , ponovo se javlja slaganje modela 2 i modela 3, ali u ovom slučaju, pri nižim vred-



Slika 4. Potrebna količina tečnosti za ispiranje pri  $R = 0,8$   
 Figure 4. Diafiltration volume of solvent for purification at  $R = 0.8$

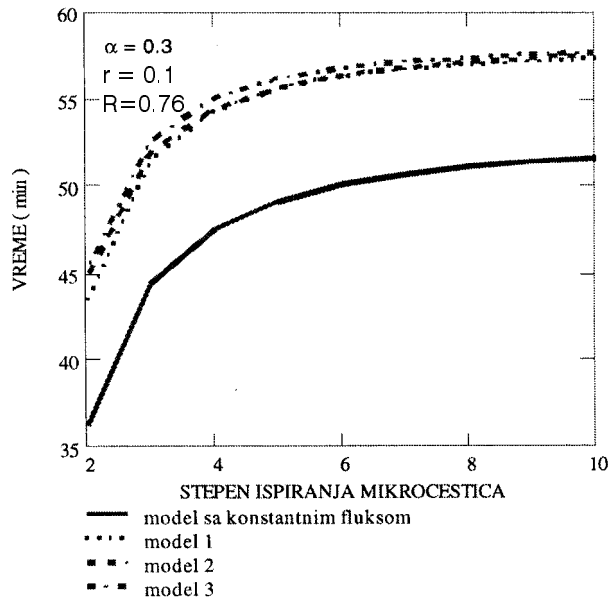


Slika 5. Stepen ispiranja mikročestica pri  $\alpha = 0,3, R = 0,76$   
 Figure 5. Degree of purification of microsolutes at  $\alpha = 0.3, R = 0.76$

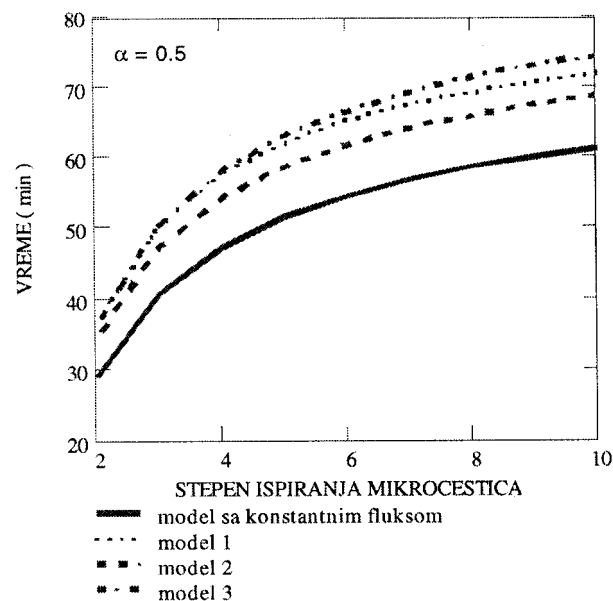
nostima stepena ispiranja, uz dalji rast vremena potrebnog za dostizanje željenog stepena ispiranja (slika 8).

Na slici 9, prikazana je zavisnost stepena ispiranja mikročestica u odnosu na relativnu zapreminu  $b$ . Ispitivanje je izvršeno pri  $R = 0,9$  i  $\alpha = 0,5$ .

Kao što je ranije zaključeno, relativne zapremine predviđene modelima sa promenljivim fluksom su veće,



Slika 6. Stepen ispiranja mikročestica pri  $\alpha = 0,3, R = 0,6$   
 Figure 6. Degree of purification of microsolutes at  $\alpha = 0.3, R = 0.6$

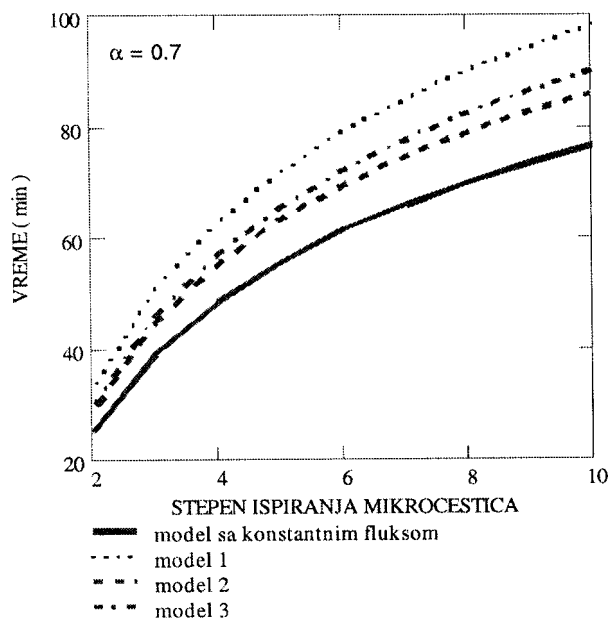


Slika 7. Stepen ispiranja mikročestica pri  $\alpha = 0,5$   
 Figure 7. Degree of purification of microsolutes at  $\alpha = 0.5$

usled smanjenja fluksa u toku procesa, što produžava diafiltraciju. Model 1 daje rezultate koji su bliži modelu sa konstantnim fluksom, dok modeli 2 i 3 predviđaju slične vrednosti za relativnu zapreminu.

### ZAKLJUČAK

U ovom radu prikazan je matematički model diafiltracije sa promenljivom zapreminom. Ispitane su karakteristike ovog procesa pri konstantnom, i pri promenljivom fluksu, pri čemu su jednačine za fluks uze-



Slika 8. Stepen ispiranja mikročestica pri  $\alpha = 0,7$   
Figure 8. Degree of purification of microsolutes at  $\alpha = 0.7$

te iz literature i baziraju se na različitim teorijama. Poređenjem ovih rezultata uočava se uticaj smanjenja fluksa u toku procesa na vreme izvođenja i potrebne količine tečnosti za ispiranje u odnosu na početnu zapreminu (relativnu zapreminu).

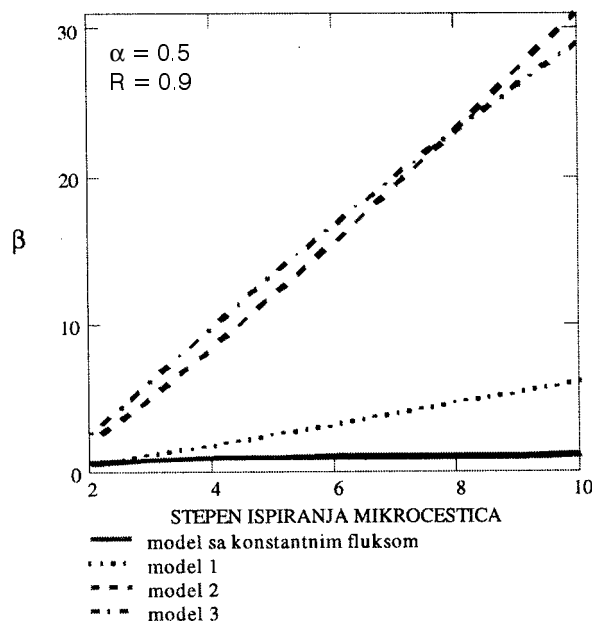
Ispitivana je zavisnost vremena i stepena ugušćivanja makročestica, količine tečnosti za ispiranje i stepena ispiranja mikročestica. Rezultati pokazuju da se pri ugušćivanju makročestica, veći stepen ugušćenja postiže utroškom više vremena i većih količina tečnosti za ispiranje. Niskom stepenu ispiranja, odnosno uklanjanju manjih količina mikročestica pogoduje korišćenje velikih količina tečnosti za ispiranje, dok je pri velikom stepenu ispiranja proces brži što su količine tečnosti za ispiranje manje. Primećeno je da smanjenje koeficijenta odbacivanja, odnosno prolazak makročestica kroz membranu, usporava proces.

Modeli sa promenljivim fluksom predviđaju duže trajanje procesa zbog smanjenja fluksa, kao i veće količine tečnosti za ispiranje, iz istog razloga.

Modeli imaju numeričko ograničenje, usled prisustva operacije oduzimanja bliskih brojeva, i o tome se mora voditi računa pri njihovoj primeni.

#### NOMENKLATURA

- A – površina membrane,  $m^2$
- a – konstanta u jednačini (34)
- $B_1$ – $B_6$ – konstante u jednačini (27)
- b – konstanta u jednačini (22)
- C – trenutna koncentracija makročestica, g/l
- c – trenutna koncentracija mikročestica, g/l



Slika 9. Zavisnost stepena ispiranja i relativne zapremine pri  $R = 0,9$  i  $\alpha = 0,5$

Figure 9. Relationship between the degree of purification and relative volume at  $R = 0.9$  and  $\alpha = 0.5$

- J – trenutna vrednost fluksa,  $m^3/m^2s$
- K – konstanta definisana jednačinom (30)
- k – konstanta u jednačini (22),  $(m^3)^b$
- R – koeficijent odbacivanja makročestica
- r – koeficijent odbacivanja mikročestica
- V – trenutna vrednost zapremine,  $m^3$

#### Grčki simboli

- $\alpha$  – odnos zapremine tečnosti za ispiranje dodate u toku dijalizacije i zapremine permeata
- $\beta$  – odnos zapremine dodate tečnosti za ispiranje i početne zapremine rastvora pri dijalizaciji sa promenljivom zapreminom i promenljivim fluksom
- $\beta_{const}$  – odnos zapremine dodate tečnosti za ispiranje i početne zapremine rastvora pri dijalizaciji sa konstantnom zapreminom i konstantnim fluksom
- $\tau$  – vreme potrebno za dostizanje željene koncentracije, min

#### Donji indeks

- o – početna vrednost
- f – finalna vrednost
- lim – granična vrednost

#### LITERATURA

- [1] D. Barba, F. Beolchini, F. Veligo, Desal. **119** (1998) 187–188
- [2] M.Y. Jaffrin, J. Ph. Charrier, J. Membr. Sci., **97** (1994) 71–81
- [3] D.M. Krstić, M.N. Tekić, Z.Z. Zavargo, M.S. Đurić, G.M. Ćirić, Desal. **16** (2004) 283–288

- [4] M.N. Tekić, J. Kurjački, Gy. Vatai, Hung. J. Ind. Chem., **22** (1994) 1–3
- [5] G. Foley, J. Memb. Sci., **163** (1999) 349–355
- [6] M. Tekić, Z. Zavargo, D. Krstić, M. Đurić, Hung. J. Ind. Chem., **30** (2002) 211–214
- [7] Z. Zavargo, M. Tekić, M. Đurić, D. Krstić, Hem. Ind., **56** (5) (2002) 204–207

## SUMMARY

### MODELLING OF SIMULTANEOUS ULTRAFILTRATION AND DIAFILTRATION WITH REAL FLUX

(Scientific paper)

Hela I. Tokoš, Zoltan Z. Zavargo, Mirjana S. Đurić  
Faculty of Technology, University of Novi Sad, Serbia and Montenegro

A mathematical model of diafiltration with variable volume is presented in this study. The characteristics of the process were examined, both with constant flux and variable flux. In the case of variable flux, the equations for the flux were taken from the literature, based on different theories. The time dependence of the macrosolute concentration, the amount of out-wash liquid, the out-wash degree of the microsolute were studied. The results show that the accomplishment of a high concentration of macrosolutes, required more time and out-wash liquid. In order to remove small amounts of microsolute larger amounts of out-wash liquid must be used. For high degrees of out-washing, the velocity of the process increases and the amount of out-wash liquid decreases. It was observed that the rejection coefficient decreased with macrosolute penetration through the membrane, causing decrease of the process velocity.

Key words: Diafiltration • Modelling  
• Variable volume • Variable flux •

Ključne reči: Dijafiltracija •  
Modelovanje • Promenljiva  
zapremina • Promenljiv fluks •