

ZOLTAN Z. ZAVARGO  
MIODRAG N. TEKIĆ  
MIRJANA S. ĐURIĆ  
DARKO M. KRSTIĆ

Tehnološki fakultet, Novi Sad

NAUČNI RAD

66.02/.09:519.876.5:541.18.045

## MODELOVANJE SIMULTANE ULTRAFILTRACIJE I DIJAFILTRACIJE

Proces ultrafiltracije vrlo često se kombinuje sa dijafiltracijom. Nakon koncentrisanja makrorastvorka u procesu ultrafiltracije, dijafiltracijom se uklanjaju mikrorastvorci. Ova dva procesa mogu se kombinovati na razne načine i bila su predmet istraživanja mnogih autora. U ovom radu razmatran je kompleksan model istovremene dijafiltracije i ultrafiltracije sa realnim vrednostima koeficijenta odbacivanja. Izvršeno je upoređivanje potrebne zapremine rastvarača kao i vremena trajanja predloženog procesa i klasičnog procesa dijafiltracije sa konstantnom zapreminom.

Ultrafiltracija je separacioni proces koji se vrlo često koristi u hemijskoj i prehrambenoj industriji. Ovim procesom mogu se zameniti konvencionalne separacione tehnike kao što su centrifugisanje, vakuum filtracija, destilacija i dr.

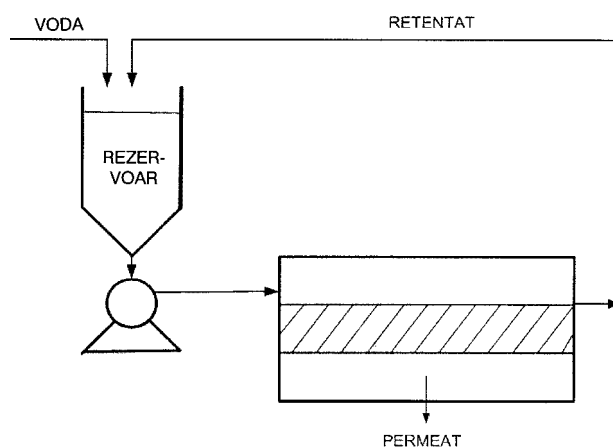
Glavna primena ultrafiltracije je koncentrisanje makrorastvoraka. Nakon završetka procesa koncentrisanja vrlo često je potrebno odvojiti koncentrat od neželjenih mikrorastvoraka. Kao pogodan proces pokazala se dijafiltracija gde se sa dodavanjem, obično, čistog rastvarača na efikasan način vrši uklanjanje mikrorastvoraka. Ovaj proces obično teče sa konstantnom zapreminom jer je dodata zapremina rastvarača jednaka zapremini filtrata. Nakon završetka ovog procesa neophodno je ponovno koncentrisanje makrorastvoraka. Jaffrin i Charrier [1] su predložili proces u kome se istovremeno vrši koncentrisanje makrorastvoraka i uklanjanje mikrorastvoraka. Ako se, naime u rezervoar kontinualno dodaje zapremina rastvarača manja od zapremine filtrata tada se zapremina rastvora u rezervoaru kontinualno smanjuje i može se postići istovremena željena koncentracija makro i mikrorastvorka. Rezultati do kojih su došli odnose se na slučaj potpunog zadržavanja makrorastvorka i potpunog propuštanja mikrorastvorka. U ovom radu uzeto je u obzir i delimično zadržavanje makrorastvoraka kao i nepotpuno propuštanje mikrorastvoraka dok je fluks permeata uzet konstantan.

### MODELOVANJE PROCESA

#### Proces dijafiltracije pri konstantnoj zapremini

Na Slici 1 dat je šematski prikaz uređaja za istovremenu ultrafiltraciju i dijafiltraciju.

Maseni bilans napisan preko mikrorastvorka



Slika 1. Šematski prikaz procesa istovremene ultrafiltracije i dijafiltracije

Figure 1. Schematic representation of the simultaneous ultrafiltration and diafiltration process

$$\frac{d(Vc)}{dt} = -JAc_p \quad (1)$$

odnosno

$$c \frac{dV}{dt} + V \frac{dc}{dt} = -JAc_p \quad (2)$$

gde su:

$A$  – površina membrane,  $m^2$ ;

$c$  – koncentracija mikrorastvorka u retentatu, mas.%;

$c_p$  – koncentracija mikrorastvorka u permeatu, mas.%;

$J$  – fluks permeata,  $m^3/m^2s$ ;

$t$  – vreme, s;

$V$  – zapremina rezervoara,  $m^3$ .

Imajući u vidu da je  $V = V_0 = \text{const}$  te vezu  $c_p = (1 - r) c$  i pretpostavljajući da je fluks permeata konstantan,  $J = \text{const}$ , a  $r$  – koeficijent odbacivanja mikrorastvorka ( $0 < r < 1$ ), dobijamo

$$t_{\text{const}} = \frac{V_0}{JA(1-r)} \ln \left( \frac{c_f}{c_0} \right) \quad (3)$$

gde su:

Adresa autora: Z. Zavargo, Tehnološki fakultet, Bulevar Cara Lazara 1, 21000 Novi Sad

Rad primljen: April 20, 2002

Rad prihvaćen: Maj 26, 2002

$c_f$  – koncentracija mikrorastvorka na kraju procesa, mas.%,

$c_o$  – koncentracija mikrorastvorka na početku procesa, mas.%,

$t_{const.}$  – vreme dijafiltracije sa konstantnom zapreminom, s,

$V_o$  – početna zapremina rastvora u rezervoru, m<sup>3</sup>.

Ukupna zapremina potrebna za dijafiltraciju,  $V_{D,const.}$  definisana je relacijom:

$$V_{D,const.} = J A t_{const.} \quad (4)$$

odnosno

$$\frac{V_{D,const.}}{V_o} = \beta_{const.} = \frac{1}{1-r} \ln \left( \frac{c_o}{c_f} \right) \quad (5)$$

### Istovremena dijafiltracija i ultrafiltracija

Kod ovog procesa zapremina rastvora u rezervoru se konstantno smanjuje kao posledica razlike dovedene zapremine čistog rastvarača za dijafiltraciju,  $Q_D$ , i odvedene zapremine filtrata,  $Q_F$

$$\frac{dV}{dt} = Q_D - Q_F \quad (6)$$

gde je:

$$Q_D = \alpha Q_F \quad \alpha < 1 \quad (7)$$

Materijalni bilans napisan preko makrorastvorka,  $C$ , je

$$-\frac{d(VC)}{dt} = Q_F C (1-R) \quad (8)$$

odnosno

$$\frac{dC}{C} + \frac{dV}{V} = \frac{(1-R) Q_F dt}{V_o - (1-\alpha) Q_F t} \quad (9)$$

u gornjem izrazu  $R$  je koeficijent odbacivanja makrorastvorka. Nakon integracije

$$\ln \frac{C_f}{C_o} = \frac{(1-R)}{(1-\alpha)} \ln \left[ 1 - \frac{Q_F (1-\alpha)}{V_o} t \right] - \ln \frac{V_f}{V_o}$$

odakle sledi

$$\frac{C_f}{C_o} = \frac{1}{\left[ 1 - \frac{(1-\alpha) J \cdot A \cdot t}{V_o} \right]^{\frac{R-\alpha}{1-\alpha}}}$$

i konačno

$$t_{var.C} = \left[ 1 - \left( \frac{C_o}{C_f} \right)^{\frac{1-\alpha}{R-\alpha}} \right] \frac{V_o}{(1-\alpha) J A} \quad (10)$$

gde su:

$C_f$  – koncentracija makrorastvorka na kraju procesa, mas.%,

$C_o$  – koncentracija makrorastvorka na početku procesa, mas.%,

$t_{var.C}$  – vreme dijafiltracije sa promenljivom zapreminom u funkciji koncentracije, mas.%,

Vreme trajanja procesa može se izraziti i preko koncentracija mikrorastvoraka

$$t_{var.C} = \left[ 1 - \left( \frac{C_f}{C_o} \right)^{\frac{1-\alpha}{R-\alpha}} \right] \frac{V_o}{(1-\alpha) J A} \quad (11)$$

U slučaju kada je zahtev istovremeno dostizanje određenog koncetrisanja makrorastvorka i razblaženja mikrorastvorka sledi da je:

$$t_{var.C} = t_{var.c} \quad (12)$$

odakle se dobija veza između koncentracije makrorastvorka i koncentracije mikrorastvorka u funkciji  $\alpha$ .

$$\frac{C_o}{C_f} = \left( \frac{C_o}{C_f} \right)^{\frac{r-\alpha}{R-\alpha}} \quad (13)$$

kao i koeficijenta  $\alpha$ .

$$\alpha = \frac{r \ln \frac{C_o}{C_f} + R \ln \frac{C_f}{C_o}}{\ln \frac{C_o}{C_f} + \ln \frac{C_f}{C_o}} \quad (14)$$

Potrebna zapremina rastvarača za dijafiltraciju sa promenljivom zapreminom,  $V_{D,var.}$ , je

$$V_{D,var.} = Q_D t = \alpha J A t \quad (15)$$

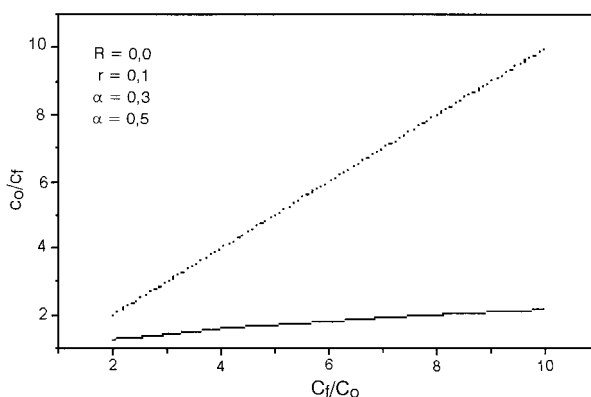
odnosno, odnos zapremina  $\beta_{var.}$

$$\beta_{var.} = \frac{V_{D,var.}}{V_o} = \frac{1}{1-r} \ln \left( \frac{C_o}{C_f} \right) \quad (16)$$

### REZULTATI I DISKUSIJA

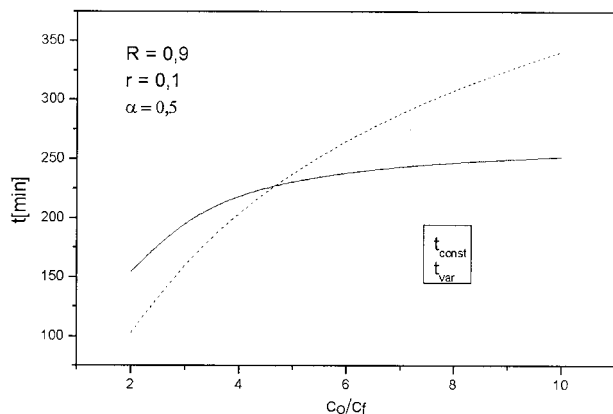
Na Slici 2 prikazan je odnos koncentracija makrorastvorka i koncentracija mikrorastvorka u funkciji  $R$ ,  $r$  i  $\alpha$ .

Na Slici 3 i 4 prikazana su potrebna vremena za slučaj klasičnog procesa dijafiltracije sa konstantnom za-

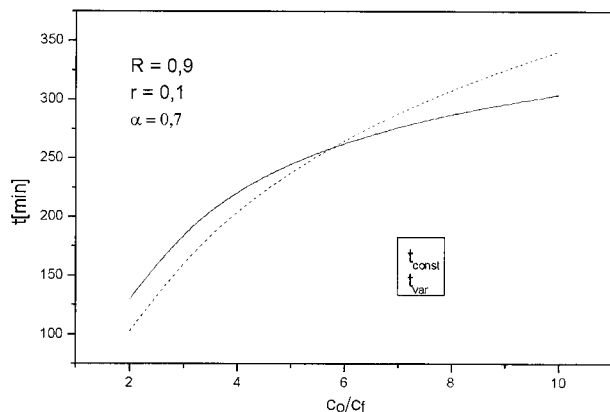


Slika 2. Veza između koncentracija mikrorastvoraka i makrorastvorka

Figure 2. The relation between micro-solute and macro-solute concentrations



Slika 3. Vreme procesa dijafiltracije sa konstantnom zapreminom i procesa simultane ultrafiltracije i dijafiltracije ( $\alpha = 0.5$ )  
Figure 3. Processing time of diafiltration with constant volume and simultaneous ultrafiltration and diafiltration ( $\alpha = 0.5$ )

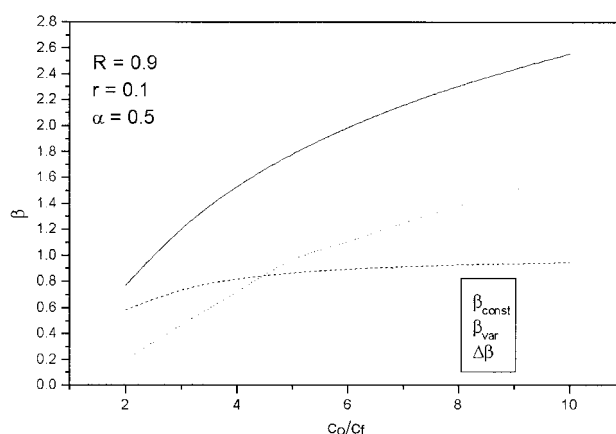


Slika 4. Vreme procesa dijafiltracije sa konstantnom zapreminom i procesa simultane ultrafiltracije i dijafiltracije ( $\alpha = 0.7$ )  
Figure 4. Processing time of diafiltration with constant volume and simultaneous ultrafiltration and diafiltration ( $\alpha = 0.7$ )

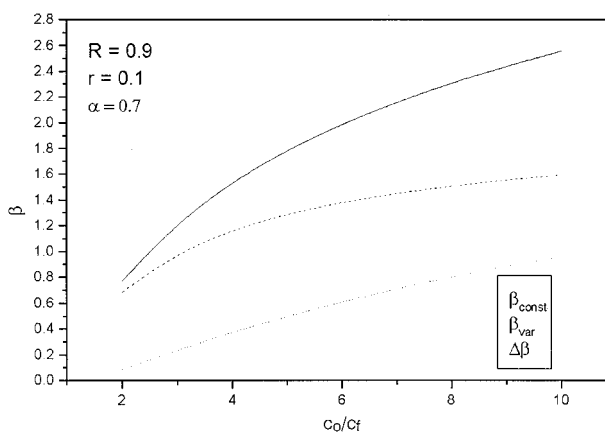
preminom i predloženog procesa istovremene ultrafiltracije i dijafiltracije, odnosno dijafiltracija sa promenljivom zapreminom u funkciji odnosa koncentracija mikrorastvoraka.

Sa slika se vidi da se pri manjem stepenu očišćenja rastvora proces dijafiltracije sa konstantnom zapreminom odvija brže. Međutim, kada se zahteva veće očišćenje rastvora, što je uglavnom slučaj, proces sa promenljivom zapreminom odvija se za kraće vreme.

Ako se uporede zapremine potrebne za dijafiltraciju, slike 5 i 6, vidi se da postoji ušteda u zapremini potrebnog rastvarača kod procesa sa promenljivom zapreminom u odnosu na proces sa konstantnom zapreminom. Sa dijagrama proizilazi da prednost imaju procesi sa manjim  $\alpha$  (veća ušteda zapremine i kraće vreme procesa) ali treba imati u vidu da je  $\alpha$  određeno korišćenjem jednačine (14) odnosno zahtevanim stepenom koncentrisanja makrorastvorka i zahtevanom čistocom u odnosu na mikrorastvorke.



Slika 5. Relativne zapremine potrebne za dijafiltraciju pri konstantnoj zapremini i procesa istovremene ultrafiltracije i dijafiltracije ( $\alpha = 0.5$ )  
Figure 5. Relative volumes required for constant volume diafiltration and simultaneous ultrafiltration and diafiltration ( $\alpha = 0.5$ )



Slika 6. Relativne zapremine potrebne za dijafiltraciju pri konstantnoj zapremini i procesa istovremene ultrafiltracije i dijafiltracije ( $\alpha = 0.7$ )  
Figure 6. Relative volumes required for constant volume diafiltration and simultaneous ultrafiltration and diafiltration ( $\alpha = 0.7$ )

## ZAKLJUČAK

U radu je ispitivan kompleksan model istovremene ultrafiltracije i dijafiltracije. Uzeto je u obzir delimično zadržavanje makrorastvorka u rezervoaru kao i nepotpuno propuštanje mikrorastvorka kroz membranu. Ovaj proces omogućava istovremeno postizanje željenog koncentrisanja makrorastvorka kao i željenog razblaženja mikrorastvorka. Na osnovu izvedenih izraza izvršeno je upoređivanje sa klasičnom dijafiltracijom pri konstantnoj zapremini rastvora u rezervoaru. Iz dobijenih rezultata očigledna je ušteda u potrebnoj zapremini rastvarača. Vreme trajanja procesa pri većem stepenu zahtevanog očišćenja od mikrorastvorka je kraće u slučaju simultane ultrafiltracije i dijafiltracije. Iako se ovi pozitivni efekti povećavaju sa smanjivanjem razblaženja rastvora,  $\alpha$ , treba imati u vidu da je ovaj koeficijent određen zahtevom

koncentrisanja makrorastvorka i razblaženja mikrorastvorka.

#### NAPOMENA

Ovaj rad rađen je u okviru projekta Fenomeni prenosa u višefaznim sistemima sa i bez hemijskih reakcija (1362) koji finansira Ministarstvo za nauku, tehnologije i razvoj Republike Srbije.

#### LITERATURA

- [1] M.Y. Jaffrin, J. Ph. Charrier, J. Membrane Sci., **97** (1994) 71–81.
- [2] G. Foley, J. Membrane Sci., **163** (1999) 349–355.
- [3] B. Dutré, G. Trägårdh. Desalination, **95** (1994) 227–267

#### SUMMARY

##### SIMULTANEOUS ULTRAFILTRATION AND DIAFILTRATION

(Scientific paper)

Zoltan Z. Zavargo, Miodrag N. Tekić, Mirjana S. Đurić, Darko M Krstić,  
Faculty of Technology, 21000 Novi Sad

A model with simultaneous ultrafiltration and diafiltration, which includes the rejection coefficients, is presented in this study. Adding a diafiltration solution at a constant, lower rate than the filtrate rate results in a constant decrease of the solution volume in the tank. This enables the simultaneous attainment of the desired macrosolute concentration and microsolute dilution. The proposed model, based on incomplete macrosolute rejection and incomplete microsolute permeation through a membrane, as well as constant permeate flux, is compared to the classical, constant volume, diafiltration process. The obtained results show that less diafiltration volume is necessary with this process. Simultaneously, the duration of the process, for higher purification requirements, is shorter in this case.

Key words: Modelling • Ultrafiltration • Diafiltration • Simultaneous process •

Ključne reči: Modelovanje • Ultrafiltracija • Dijafiltracija • Simultani proces •

VODA  
REZER-  
VOAR